

**Informe sobre la estabilidad del cimborrio barroco sobre el
crucero de la catedral de Santiago, con vistas a
su restauración integral**

por:

Santiago Huerta Fernández

DEPARTAMENTO DE ESTRUCTURAS DE EDIFICACIÓN
ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE ARQUITECTURA
UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID

Paula Fuentes González

DR. ARQUITECTO
UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID

Rosa Ana Guerra Pestonit

DEPARTAMENTO DE ENXEÑERÍA AGROFORESTAL
UNIVERSIDADE DE SANTIAGO DE COMPOSTELA

FUNDACIÓN CATEDRAL DE SANTIAGO DE COMPOSTELA

Madrid, noviembre de 2016

Índice

Introducción: Objetivo del informe	1
1. Marco teórico	3
1.1 El material: hipótesis del análisis límite	3
1.2 Condición de estabilidad; seguridad	3
1.3 Teorema Fundamental; límite inferior del coeficiente de seguridad	4
1.4 Movimientos y grietas	4
1.5 Verificación de la resistencia	5
2. Linterna	5
2. 1 Pináculo	6
2.2.1 Análisis de estabilidad	9
2.3 Cuerpo de luces	10
2.3.1 Colapso por vuelco	11
2.3.2 Colapso lateral	12
2.4 Cúpula	14
2.4.1 Construcción y geometría	14
2.4.2 Agrietamientos	17
2.4.3 Análisis de estabilidad	18
3. Conclusiones. Medidas de intervención	21
5. Bibliografía	23
6. Apéndice. Cáscara apuntada. Áreas y centros de gravedad	24
7. Láminas	26

Introducción: Objetivo del informe

El cimborrio barroco sobre el crucero de la catedral de Santiago (Fig. 1) se encuentra en la actualidad agrietado: hay grietas meridianas en las aristas y en los paños que evidencian un cedimiento del sistema de contrarresto. Las grietas dejan entrar el agua de lluvia. Deben ser antiguas porque se construyó hace tiempo una cubierta interior de teja. La linterna presenta daños visibles y el pináculo está completamente fracturado.

En la Figura 2 puede verse una sección vertical, la planta al nivel del arranque del tambor y la planta de cubierta. Puede verse que el cimborrio barroco se construyó sobre la coronación del cimborrio gótico. Es un cuerpo ciego, sin ningún otro uso que el de completar la imagen barroca de la catedral desde la ciudad.

La estabilidad general del cimborrio ha quedado demostrada por su supervivencia durante unos tres siglos. No obstante, presentaba en los últimos años un estado de deterioro y falta de mantenimiento que requiere una intervención.

El objeto del presente informe es estudiar la estabilidad del cimborrio y de sus elementos, sugiriendo, en su caso, medidas de consolidación.

Se ha empleado documentación suministrada por el arquitecto director de la obra, Javier Alonso, y por la empresa PECSA, encargada de la restauración. Se han realizado mediciones de precisión complementarias con escáner Láser.

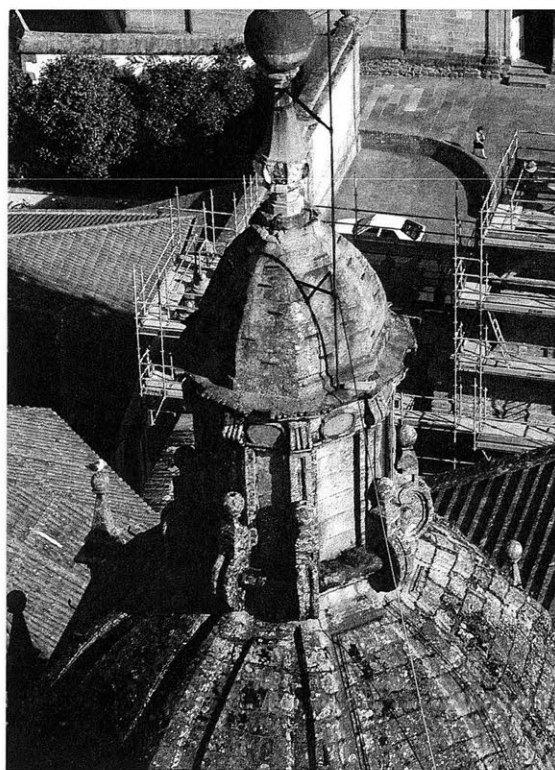
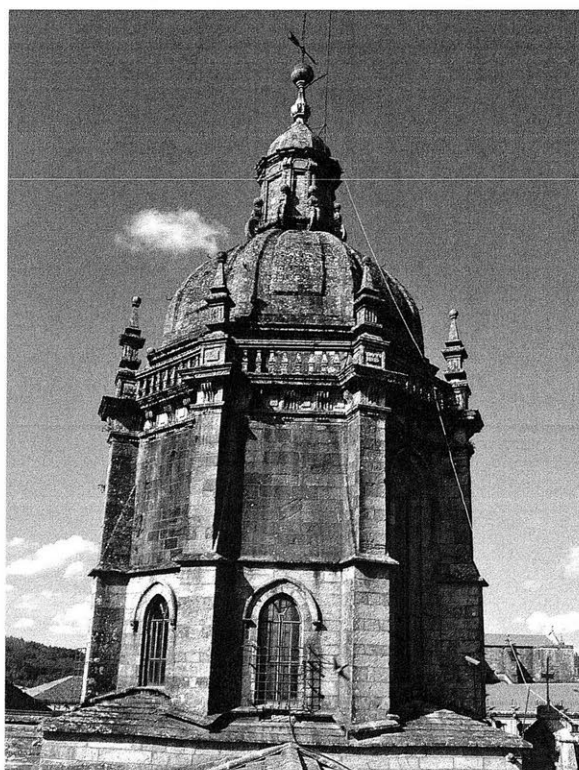
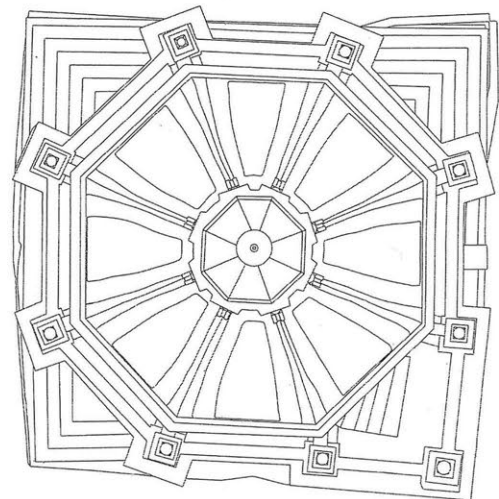
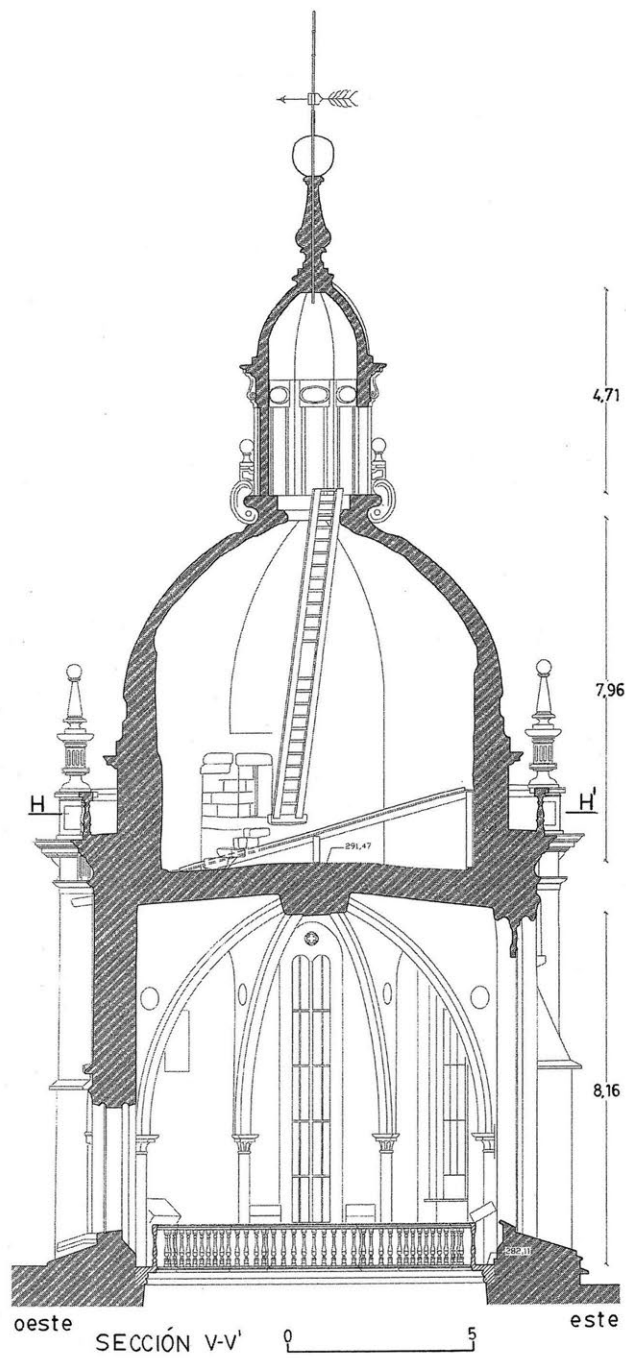
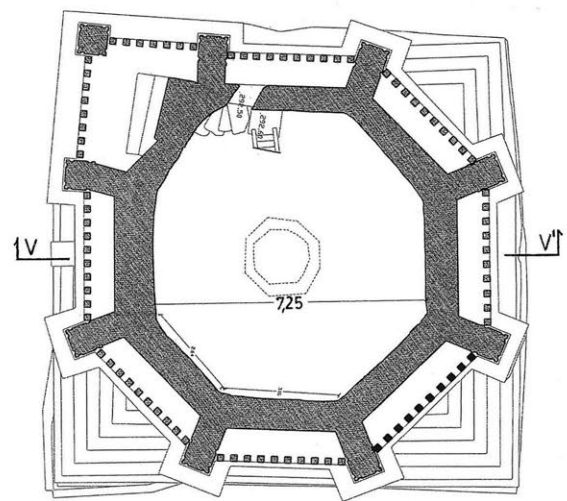


Figura 1

Cimborrio barroco sobre el cimborrio gótico, en la catedral de Santiago de Compostela



PLANTA de CUBIERTA



SECCIÓN H-H'

Figura 2
Plantas y secciones del cimborrio (Javier Alonso, J. Carmena, PECSA))

1. Marco teórico

Al realizar los estudios se ha aplicado la teoría del Análisis Límite de Estructuras de Fábrica, tal y como la ha desarrollado fundamentalmente Heyman en los últimos decenios —véase Heyman (1999, 2011 y 2015). En este apartado se resumirán los principios e ideas fundamentales.

1.1 El material: hipótesis del análisis límite

Se considera la estructura de fábrica formada por un material rígido-unilateral, que resiste compresiones pero no resiste tracciones. Es decir, imaginamos la fábrica como un conjunto de bloques indeformables en contacto seco y directo que se sostienen por su propio peso. Supondremos también que las tensiones son bajas, no habiendo peligro de fallo por resistencia, y que el rozamiento entre las piedras es suficientemente alto como para impedir su deslizamiento. Estas tres hipótesis dan lugar a los Principios del Análisis Límite de las Fábricas:

- (1) la fábrica presenta una resistencia a compresión infinita;
- (2) la fábrica tiene una resistencia a tracción nula;
- (3) el fallo por deslizamiento es imposible.

La hipótesis (1) va ligeramente en contra de seguridad y se comprobará mediante un cálculo numérico. La suposición (2) va, evidentemente, a favor de seguridad. Finalmente, la hipótesis (3), vuelve a estar en contra de seguridad, pero los casos de deslizamiento entre piedras son extremadamente raros (suelen estar asociados a movimientos sísmicos).

1.2 Condición de estabilidad; seguridad

La condición de estabilidad de una fábrica construida con un material que cumpla los principios anteriores exige que la trayectoria de las fuerzas, la «línea de empujes», esté contenida dentro de la estructura; esto es, para cada sección hipotética de la estructura la resultante de las fuerzas debe estar contenida en su interior.

La seguridad está determinada, en cada sección, por la distancia relativa de la resultante de tensiones (empuje) a sus bordes. El coeficiente de seguridad es geométrico y definirá la posición que dicho empuje no debe sobrepasar dentro de cada sección. Los coeficientes de seguridad dependen del tipo y uso de la estructura, y tienen un carácter empírico. En particular, para el caso de edificios, son distintos para arcos y bóvedas y para estribos; el coeficiente de éstos últimos es mucho más restrictivo, por los motivos que se discutirán en el apartado dedicado a la seguridad del sistema de contrarresto.

1.3 Teorema Fundamental; límite inferior del coeficiente de seguridad

Si la estructura es hiperestática, como es habitual, será posible encontrar infinitas líneas de empujes contenidas dentro de la fábrica, que corresponden a las infinitas situaciones de equilibrio posibles (la línea de empujes no es más que una representación gráfica de las ecuaciones de equilibrio).

Si se cumplen los principios del análisis límite enunciados antes se puede demostrar el siguiente Teorema Fundamental del Análisis Límite (Teorema de la Seguridad o del Límite Inferior): *Dada una estructura, si es posible encontrar una situación de equilibrio compatible con las cargas que no viole la condición de límite del material (esto es, que no aparezcan tracciones) la estructura no colapsará. Aplicado a las fábricas: si es posible dibujar una línea de empujes contenida dentro de la estructura la estructura no se hundirá.*

La potencia del Teorema radica en que la línea de empujes, es decir, la situación de equilibrio, puede ser elegida libremente. Elegida una línea, podremos aplicar las condiciones de seguridad a cada una de las secciones que atraviesa y obtener, de esta forma, un límite inferior para el coeficiente de seguridad geométrico: sabemos que la estructura tiene al menos ese coeficiente de seguridad (en general, sería posible encontrar una línea de empujes que diera una situación más favorable).

El problema de la seguridad de las fábricas es, pues, un problema de estabilidad. De los tres criterios fundamentales que debe cumplir una estructura (resistencia, rigidez y estabilidad), es éste último el que gobierna el proyecto de las fábricas: las tensiones son bajas y las deformaciones pequeñas. El criterio de estabilidad conduce a una visión de las estructuras de fábrica basada firmemente en la geometría: es la forma la que posibilita que las trayectorias de esfuerzos estén siempre dentro de los límites de la fábrica (para una exposición clara y muy detallada de este enfoque, véase Heyman, 1999).

1.4 Movimientos y grietas

Las grietas son algo natural en un material que no resiste tracciones. De hecho, los agrietamientos son la única forma de adaptarse a pequeñas variaciones en las condiciones de contorno (por ejemplo, a un pequeño desplazamiento de los estribos, etc.). Las grietas dividen la estructura en un conjunto «articulado» de bloques que se mueve y adapta a las nuevas condiciones de contorno. A cada movimiento corresponde un agrietamiento distinto y una estructura puede presentar a lo largo de su historia distintos agrietamientos, que corresponden a distintas posiciones de las líneas de empujes (distintas soluciones de las ecuaciones de equilibrio). Sin embargo, el Teorema Fundamental nos asegura que, si encontramos «un sistema de líneas de empujes» (esto es una cierta situación de equilibrio) dentro de la fábrica, aunque pueden moverse bruscamente, éstas nunca se saldrán de los límites de la fábrica con lo que la estabilidad está asegurada. El Teorema de la Seguridad suministra el marco básico para cualquier análisis de equilibrio de una construcción de fábrica.

1.5 Verificación de la resistencia

Se ha dicho que la resistencia no es el criterio que rige el proyecto de las fábricas. Esta afirmación se puede comprobar calculando las tensiones de trabajo en algunas de las construcciones más grandes. Por ejemplo, la tensión media en la base de los pilares de la catedral de Beauvais que tiene las bóvedas más altas del gótico es de sólo $1,3 \text{ N/mm}^2$.

No obstante, en el caso de que la piedra sea excepcionalmente blanda o que el elemento de estudio soporte cargas concentradas muy grandes, se puede realizar una comprobación de resistencia, tras haber encontrado una situación suficientemente estable. No hay que olvidar que las bajas tensiones no garantizan, en absoluto, una estabilidad segura.

2. Linterna

La linterna de coronación del cimborrio es el elemento más expuesto. Está compuesta por un cuerpo de luces rematado por una cornisa, un cupulino y un pináculo, Figura 3. Estudiaremos estos elementos por separado.

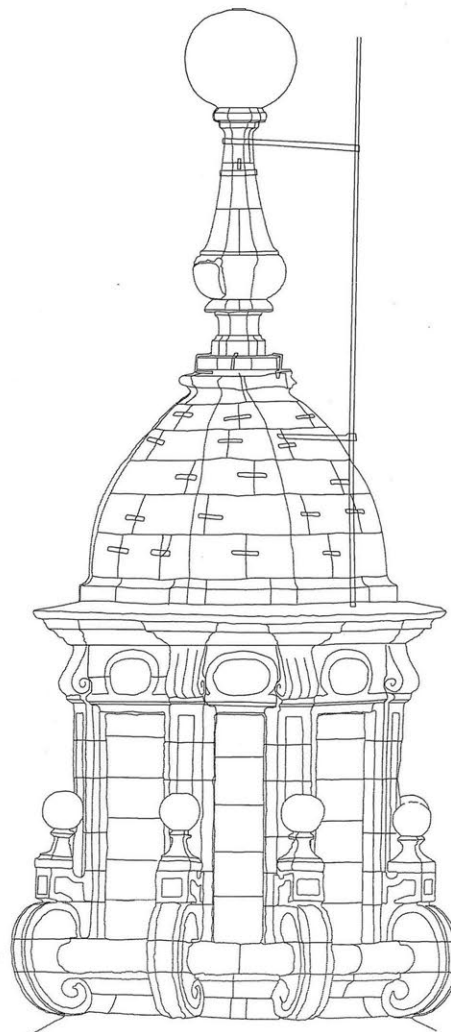


Figura 3
Alzado norte de la linterna
(J. Carmena, PECSA)

2. 1 Pináculo

El pináculo de coronación es el elemento más expuesto del cimborrio. Antes del invento del pararrayos era atacado con cierta frecuencia por rayos. De hecho, el pináculo del cimborrio no es original: una sustitución no muy cuidada realizada en fecha desconocida. Su estado es tal que el arquitecto de la Catedral ha decidido su sustitución por otro de la misma forma en granito.

Tradicionalmente, los pináculos llevan un vástago central de hierro forjado, con frecuencia de varios metros de longitud. Dependiendo de la forma puede necesitar que el vástago se alargue y se ancle varios metros más abajo. Este es el caso del pináculo del Cimborrio que está anclado en una cruceta de hierro forjado anclada en la base del cupulino que remata la linterna. Este anclaje impide que el pináculo vuelque por efecto de los fuertes vientos.

Cálculos sencillos permiten ver fácilmente la necesidad del vástago. La figura 4 representa el perfil del pináculo. Sobre el pináculo actúa la fuerza del viento. Usualmente se calcula la resultante W , multiplicando la presión dinámica del viento por el área aparente perpendicular a su dirección y por un coeficiente que representa su forma concreta (de sección octogonal en planta en este caso) así como la decoración etc. En este caso tomaremos una presión dinámica de 2 kN/m^2 , que fue la empleada a finales del siglo XIX en el cálculo de agujas y chimeneas.

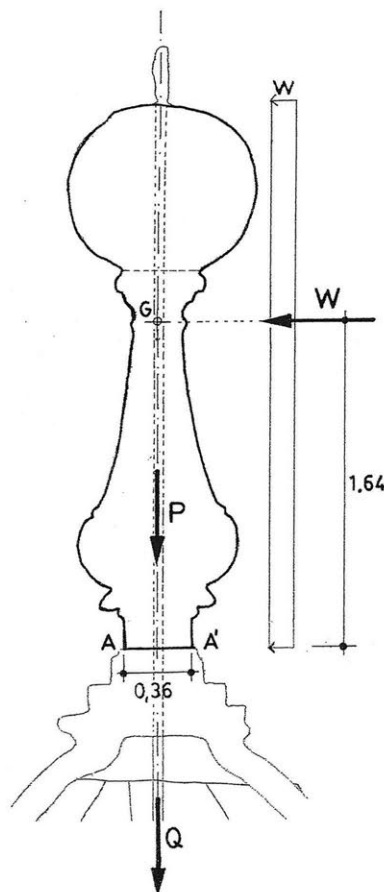


Figura 4

Estabilidad del pináculo de remate del cimborrio frente al viento

En la figura se ha regresado el área aparente y se indica la posición de su centro de gravedad G , situado a 1,64 m de A-A'. La fuerza del viento W se puede imaginar actuando en este punto.

En este caso el área aparente vale 1,6 m², y la fuerza $W = 3,2$ kN, produce un momento de vuelco respecto al plano A-A' $M_v = (3,2) (1,64) = 5,25$ kNm. El pináculo tiene un peso $P_p = 9$ kN (de nuevo por encima de A-A'). Este peso produce un momento de estabilidad respecto del borde la sección A-A' $M_E = (9) (0,36/2) = 1,62$ kN, insuficiente para evitar el colapso.

Para que el pináculo no vuelque es preciso que el vástago central pueda proporcionar una fuerza Q . Esto sólo se puede conseguir movilizandolo por debajo de la sección A-A'. En la disposición original el vástago se prolonga hasta una cruceta de barras de hierro forjado anclada al nivel de la cornisa, ligeramente por debajo del arranque del cupulino.

La acción de la fuerza Q centra la resultante de las fuerzas por encima de A-A' dentro de la sección e impide el vuelco. Para obtener cierta seguridad, hay que permitir que la fuerza esté dentro de la sección con una cierta seguridad geométrica. Esta seguridad geométrica se puede medir dividiendo la mitad del diámetro ($0,36/2 = 0,18$) de la sección por la distancia máxima que se considera aceptable. Así, un coeficiente de 2 implica que la resultante está contenida dentro de la mitad central y que la resultante sólo se puede desviar del centro 1/4 del diámetro, en este caso $0,36/4 = 0,09$ m. El momento de estabilidad para esta situación valdrá:

$$M_E = (P_p + Q) (0,09) = (9 + Q) (0,09)$$

y este valor debe ser igual a M_v . De donde:

$$(9 + Q) (0,09) = 5,25$$

y $Q = 50$ kN. Como se verá, este es aproximadamente el peso del cupulino y, en efecto, la altura de anclaje elegida en el siglo XVIII es adecuada.

Cálculo de la cruceta

La cruceta de hierro forjado debe ser capaz de resistir, pues, una carga puntual de 50 kN. Cada viga de la cruceta deberá resistir $Q' = 25$ kN. Para una luz $l = 2,5$ m, la sección debe resistir con seguridad un momento flector $M = Q' l / 4 = (25) (2,5) / 4 = 15,6$ kNm.

Para un hierro forjado con una resistencia a tracción $\sigma = 200$ N/mm², haría falta un módulo resistente $W = M/\sigma = 78.000$ mm³. El arquitecto director elegirá la sección. (Por ejemplo, una sección cuadrada debería tener un lado de 77 mm, unos 8 cm.) Se podría ir a secciones menores disponiendo un ligero atirantado, que sería invisible desde el suelo del espacio interior.

2. 2 Cupulino

El cupulino es de base octogonal y forma apuntada. Puede verse en la Figura 5 que su planta es bastante irregular. También se observa en el alzado la presencia de numerosas grapas. No se observan grietas ni desplazamientos de los sillares. El espesor es variable, en torno a los 12 cm. La forma apuntada es adecuada para soportar el peso del pináculo.

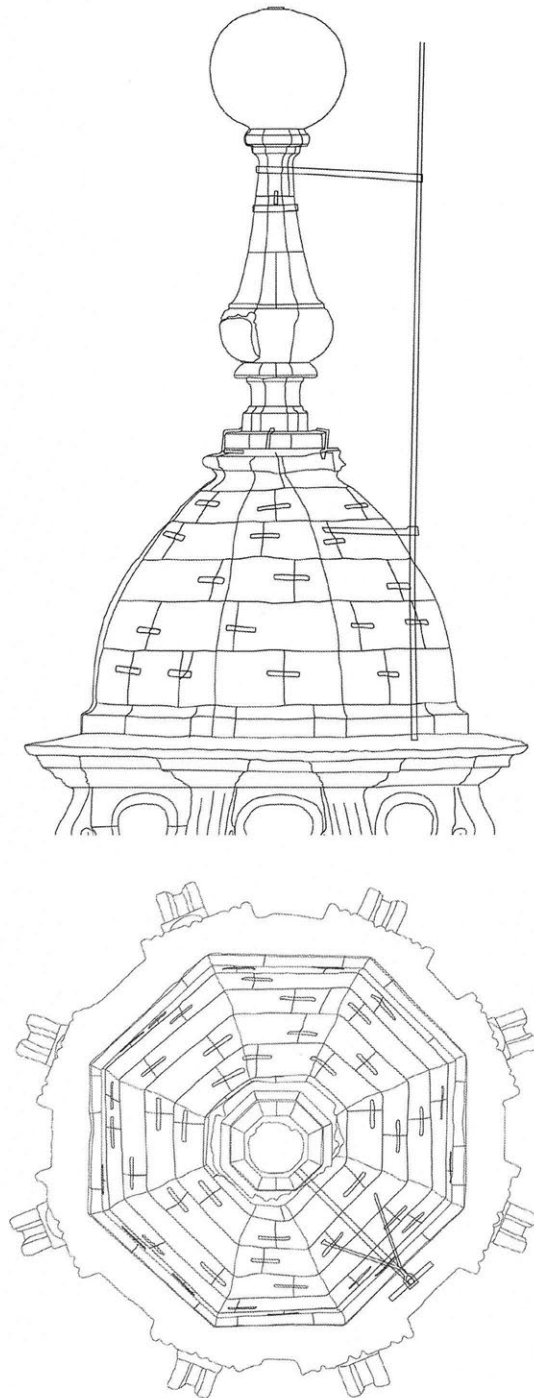


Figura 5

Alzado y planta del cupulino de la linterna (J. Carmena, PECSA)

2.2.1 Análisis de estabilidad

Se ha realizado un análisis de equilibrio, aplicando el Teorema de la seguridad. Se imagina que los paños no están conectados en las aristas y que actúan dos a dos como arcos que soportan el peso del pináculo. Se ha dividido cada paño en segmentos definidos por arcos de 10° . Los pesos y centros de gravedad se han calculado con las fórmulas del Apéndice, Tabla 1. En la Figura 6 se ha dibujado la línea de empujes correspondiente.

	φ_1	φ_2	P_i	x_{gi}
Pináculo	-	-	1,60	-
2	40	50	0,61	1,82
3	50	60	0,94	2,10
4	60	70	1,20	2,32
5	70	80	1,37	2,47
6	80	90	1,47	2,55
2-6	40	90	5,58	2,32

Tabla 1. Pesos y centros de gravedad de segmentos de cupulino

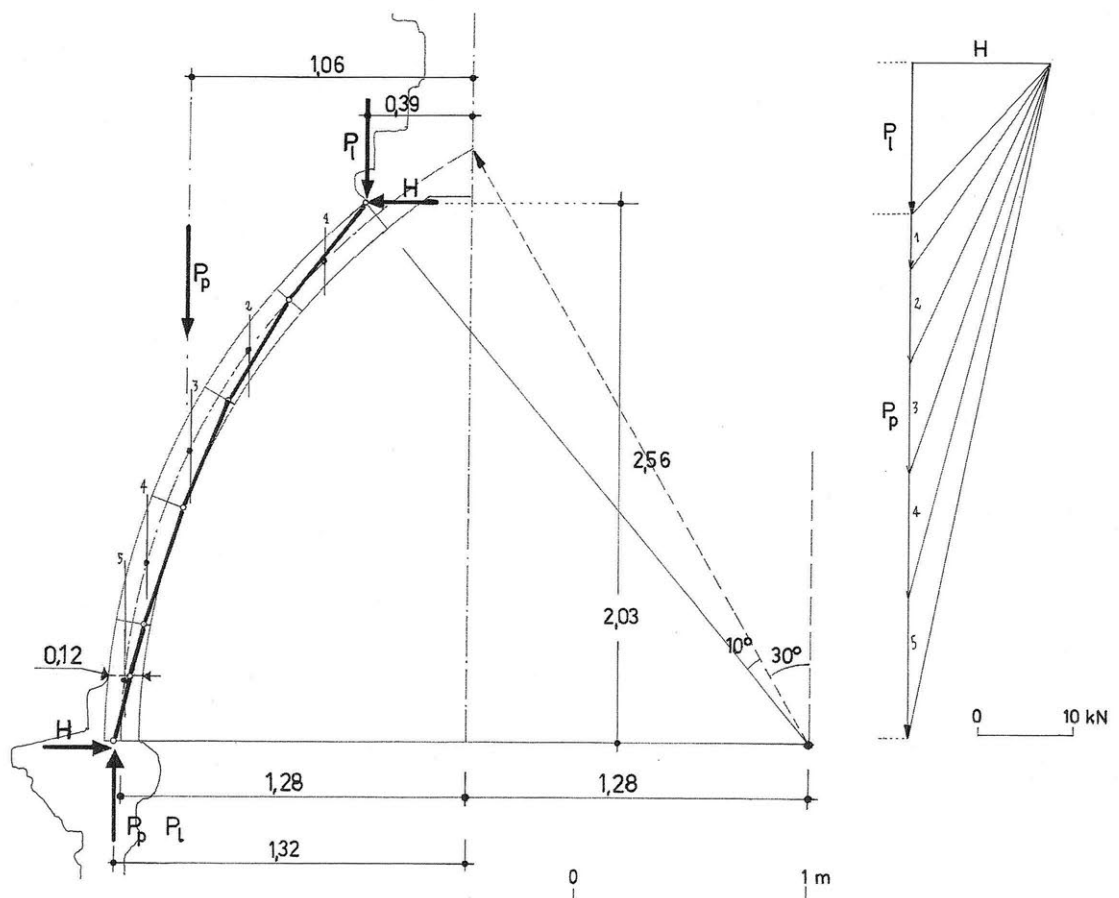


Figura 6
Análisis de equilibrio del cupulino

La línea de empujes está contenida confortablemente dentro de la fábrica: el cupulino tiene una forma adecuada para soportar su propio peso y el peso del pináculo.

Cada paño ejerce un empuje inclinado hacia afuera que debe ser contrarrestado por el cuerpo de luces inferior. Las componentes de este empuje son:

- vertical: peso total del paño más parte correspondiente del pináculo, $V = 7,18 \text{ kN}$.
- horizontal: $H = 1,47 \text{ kN}$.

El peso total del cupulino y pináculo es de $7,18 \times 8 = 57,44 \text{ kN}$, unas 6 toneladas.

Suponiendo que la fuerza horizontal total $H_T = 1,47 \times 8 = 11,76 \text{ kN}$ fuera absorbida por un anillo de tracción, éste debería resistir una fuerza $T = H_T / (2 \pi) = 1,9 \text{ kN}$. Esta fuerza es tan pequeña que, si se decide colocar un anillo o zuncho, su sección vendría dictada por motivos de durabilidad (un cable de no menos de 10 mm de diámetro parece adecuado).

2.3 Cuerpo de luces

El pináculo apoya sobre una cornisa que remata el cuerpo de luces donde se abren las ventanas. Las ventanas estaban cegadas y se desconoce si esto fue así desde el origen o si fueron cegadas con posterioridad, Figura 7. Dado que el espacio interior del cimborrio va a ser visitable, parece lógico estudiar la posibilidad de abrir las ventanas.

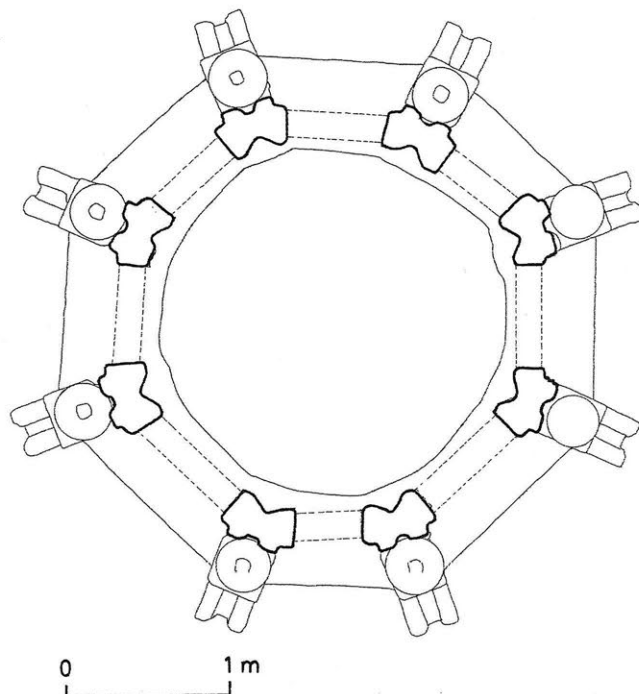


Figura 7

Planta del cuerpo de luces. A puntos se indican los muretes que cegaban las ventanas

Los pilares de las esquinas son demasiado esbeltos para soportar el empuje del cupulino. La función de contrarresto quedaría asegurada colocando el zuncho citado en el párrafo anterior.

Queda por estudiar si el cuerpo de luces podría resistir la fuerza horizontal del viento, Figura 8, izquierda. Se ha considerado, como en el pináculo, una presión dinámica del viento de 2 kN/m².

Esta presión actúa sobre el área aparente, que se estimó en unos 12 m², y conduce a una fuerza $W = 24$ kN, actuando en el centro de gravedad del área citada, a unos 3 m del arranque de los pilares sobre las volutas, Figura 8. (Hay que señalar que sólo un ensayo en túnel de viento da valores precisos; los resultados estarán afectados por un factor del orden de las unidades.)

Los pesos de la linterna son aproximadamente los siguientes (kN):

- pináculo	12
- cúpula	50
- cornisa y cuerpo superior	55
- pilares	25
- cuerpo inferior	48
- volutas	34
TOTAL	224

Sólo hay dos formas de colapso: por vuelco global y por desplazamiento lateral.

2.3.1 Colapso por vuelco

En esta hipótesis, improbable, toda la linterna rotaría alrededor del borde exterior de los pilares, por encima de las volutas. El peso total estabilizante por encima de las volutas es de $(12+50+55+25) = 142$ kN. La distancia al borde desde el centro, $2,6/2 = 1,3$. Por tanto el momento estabilizante es:

$$M_E = 142 \times 1,3 = 184,6 \text{ kNm.}$$

El momento de vuelco, Figura 8, será

$$M_V = W \times 2,9 = 24 \times 2,9 = 69,6 \text{ kN.}$$

y la relación $M_E / M_V = 2,65$.

La seguridad geométrica depende de la posición de la resultante sobre el «plano de vuelco». Resulta fácil calcular que la distancia del punto de aplicación de la resultante respecto al centro vale $c = 1,3 (24 / 142) = 0,49$. El coeficiente geométrico de seguridad es, entonces:

$$c.g.s = 2,6 / 0,49 = 2,65$$

En este caso, con empuje horizontal, ambos coeficientes coinciden.

Finalmente, dado que la desviación del centro es menor que la mitad del diámetro y, asimilando la sección a una sección de pared delgada, podemos afirmar que incluso bajo el máximo viento los pilares no estarán traccionados (el núcleo central de inercia de una sección circular de pared delgada de radio R , es un círculo de radio $R/2$).

2.3.2 Colapso lateral

Se ha dibujado el modo de colapso lateral en la Figura 9 (b). Puede verse que sólo se puede producir si el peso total del cuerpo de la cornisa, más el cupulino y el pináculo se levanta.

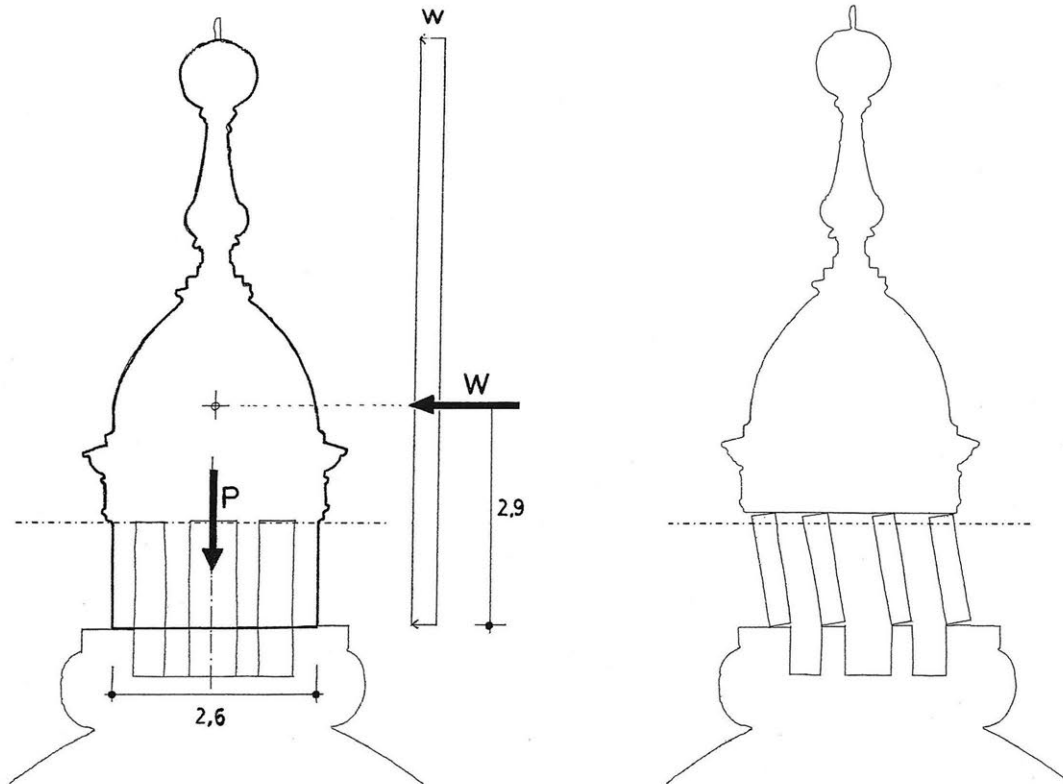


Figura 8

Acción del viento sobre la linterna. Derecha, forma de colapso

Resulta sencillo realizar un estudio de la estabilidad aplicando la Ecuación del Trabajo Virtual, tomando como mecanismo virtual el mecanismo real de colapso.

- el desplazamiento horizontal δ_H de la fuerza W , da un trabajo positivo, desestabilizante, $W \delta_H$
- el ascenso δ_V del peso P , produce un trabajo negativo, estabilizante, $P \delta_V$

La linterna será estable si: $W \delta_H < P \delta_V$.

Para entender la naturaleza del movimiento nos remitimos al ejemplo sencillo de la Figura 9 (a). Un «dolmen» formado por dos columnas y un dintel, con pesos P_c y P_d , sufre un empuje W . Cuando la fuerza W alcanza un cierto valor el dolmen colapsa lateralmente como se indica en la Figura 9 (b). Las líneas diagonales AC en las columnas son «bielas» articuladas en sus extremos. Todos los puntos del dolmen se desplazan hacia la izquierda y hacia arriba las

mismas cantidades δ_H y δ_V . Estos dos movimientos están relacionados: el triángulo de los desplazamientos, Figura 9 (c), es semejante al triángulo ABC en la Figura 9 (a). Entonces:

$$\lambda = \frac{BC}{AB} = \frac{\delta_h}{\delta_v}$$

donde λ es la relación de esbeltez de las columnas.

El dolmen será estable si $W \delta_H < (2P_c + P_d) \delta_V$, ó, $(2P_c + P_d) > \lambda W$.

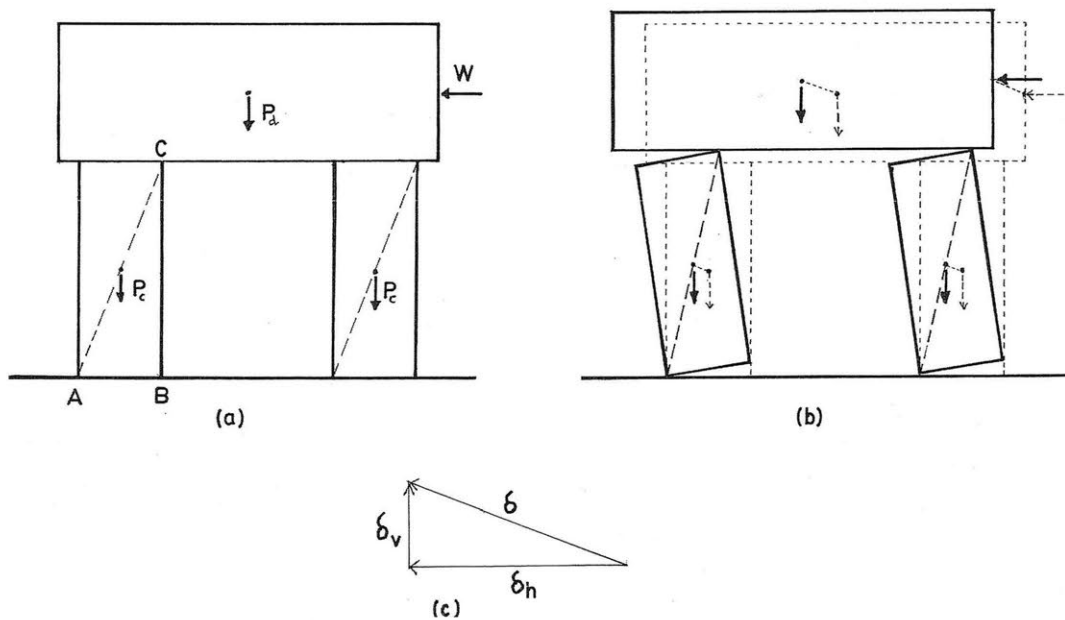


Figura 9

Colapso lateral de un «dolmen» sometido a una fuerza horizontal

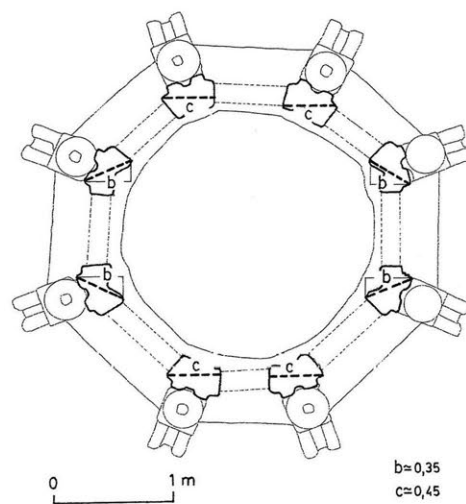


Figura 10

Proyección horizontal de las bielas del mecanismo de colapso lateral

En el caso de la linterna, dada la forma de los pilares, la esbeltez es variable, como se ve en la planta de la Figura 10, pues las bielas se forman en planos no paralelos a la dirección del viento. Se puede tomar como base la menor proyección sobre el plano del viento, $b = 0,35$. Dado que la altura de los pilares desde las rótulas es de 1,4 m, $\lambda = 1,4 / 0,35 = 4$.

El peso de la linterna debería ser, pues, mayor de $4 \times 24 = 96$ kN. En efecto, $P = 142$ kN, y el colapso por desplazamiento lateral está lejos de producirse incluso para un viento excepcional produciendo una presión dinámica de 2 kN/m².

2.4 Cúpula

2.4.1 Construcción y geometría

La cúpula del cimborrio es de base octogonal. Se puede imaginar formada por la intersección de cuatro cilindros ligeramente apuntados. La cúpula se levanta sobre los muros del cimborrio gótico y, quizá por este motivo, presenta una planta visiblemente irregular (ver Figura 2). No obstante, la impresión visual desde lejos es de perfecta regularidad: el arquitecto que la proyectó era consciente de este hecho y no se preocupó por la irregularidad geométrica.

Las afirmaciones que siguen sobre la forma y dimensiones de la cúpula se derivan de un cuidadoso levantamiento realizado con Escáner Láser por las arquitectas Paula Fuentes y Rosana Guerra. En la Figura 12 se muestra una de las ortofotos empleadas y en la Figura 13 las secciones por los paños en las cuatro direcciones cardinales.

Este levantamiento ha permitido establecer el modelo geométrico para el análisis. La precisión de las medidas obtenidas, en torno a los 8 mm, es más que suficiente para los propósitos del análisis estructural y, en cualquier caso, está muy por debajo de los «errores» e «imperfecciones» de la construcción de fábrica.

La construcción de la cúpula es «descuidada»: no se intentó regularizar la planta, el corte de los sillares no se hizo con esmero; en general, todo da una imagen de apresuramiento.

Hay dos zonas claramente diferenciadas (ver sección Figura 2):

- 1) en la parte superior el espesor de la cúpula es más o menos uniforme.
- 2) en la parte inferior, si bien la curvatura exterior de la cúpula arranca de la cornisa exterior, el tambor se prolonga con una pared vertical hasta cortar al intradós aproximadamente a la mitad de la altura de la cúpula a partir del nivel de la cornisa.

A la altura de la discontinuidad de curvatura por el intradós se aprecian unos sillares que se proyectan desde el muro y que debieron servir de apoyo para las cimbras (es improbable que apoyaran sobre el trasdós de la cubierta del cimborrio gótico).

La parte superior es de una hoja, con sillares bien labrados por el trasdós y toscamente acabados por el intradós. En la parte inferior, los sillares son más grandes y están bien trabados.

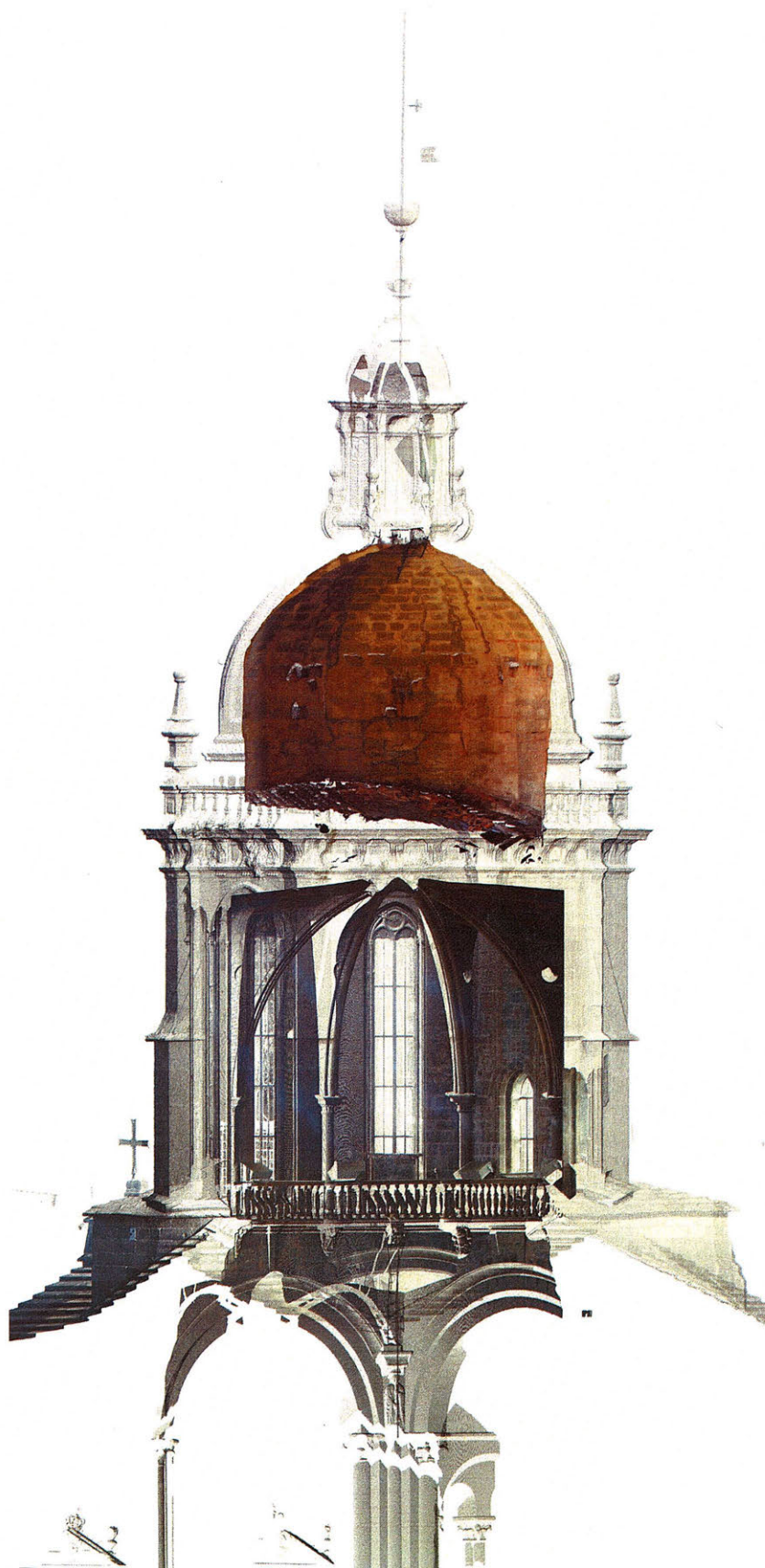


Figura 11
Ortofoto de una sección del cimborrio (Fuentes y Guerra)

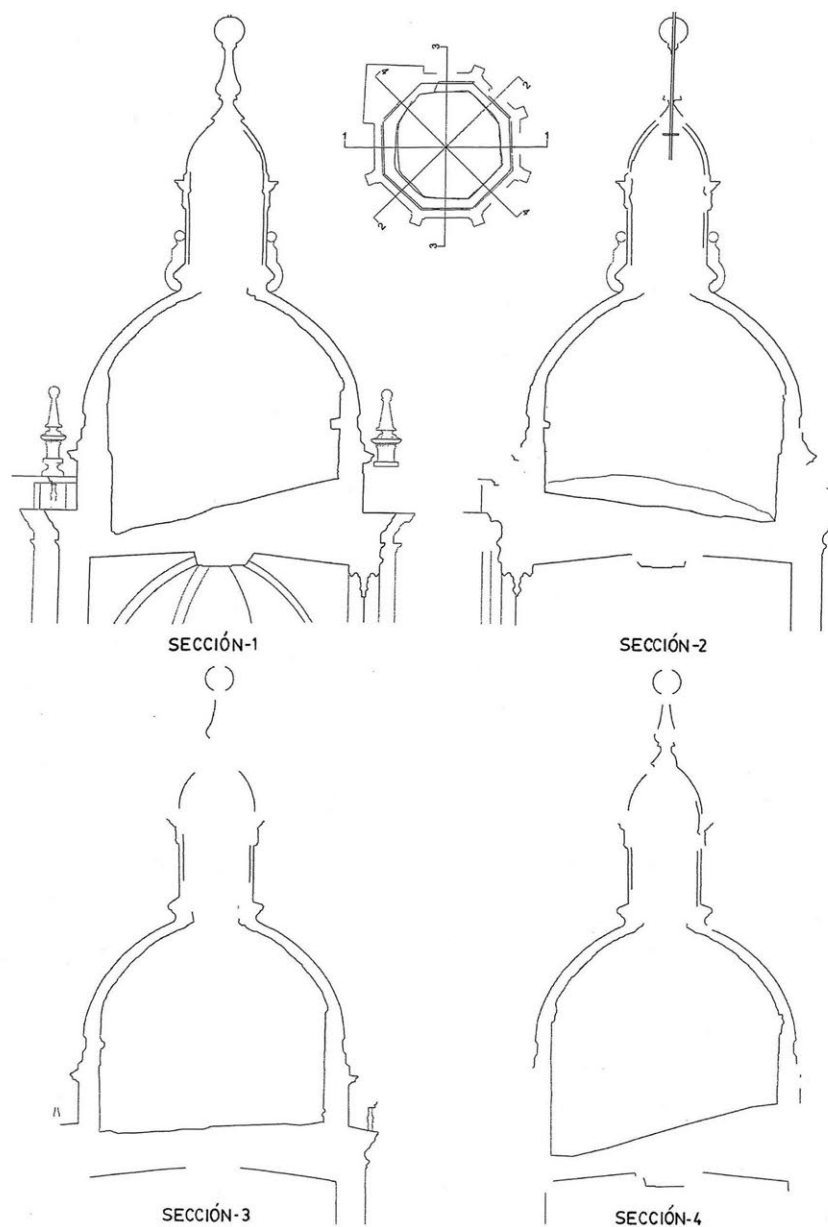


Figura 12

Secciones por los paños levantadas por escáner láser (Fuentes y Guerra)

En la Figura 12 puede verse la irregularidad en las dimensiones de la cúpula y, sobre todo, del tambor. No tendría ningún sentido crear un modelo estructural que recogiera todas esas «Imperfecciones». La estabilidad depende de la forma y dimensiones generales. Así, pues, en base al estudio de los datos del levantamiento (las Figuras 11 y 12 son sólo una muestra), se ha elaborado una geometría «ideal». El espesor de la cúpula se ha tomado de 40 cm, un poco por debajo del real. Para el espesor del tambor se ha tomado la media aritmética de los espesores medidos 0,86 cm.

2.4.2 Agrietamientos

La cúpula presenta agrietamientos visibles. Se trata de las típicas grietas meridianas ocasionadas por un ligero cedimiento de los estribos. La inspección de las grietas deja ver que han sido tapadas en varias ocasiones, las últimas veces con mortero de cemento, Figura 13.



Figura 13
Agrietamientos en la cúpula del cimborrio

Las grietas nacen de la parte superior del tambor y mueren antes de llegar al óculo. El modelo de agrietamiento se muestra, muy esquemáticamente, en la Figura 14. Hay grietas meridianas en cada una de las ocho aristas y una o dos grietas en cada paño. Como se ha dicho, estas grietas son típicas y no alteran la estabilidad de la cúpula.

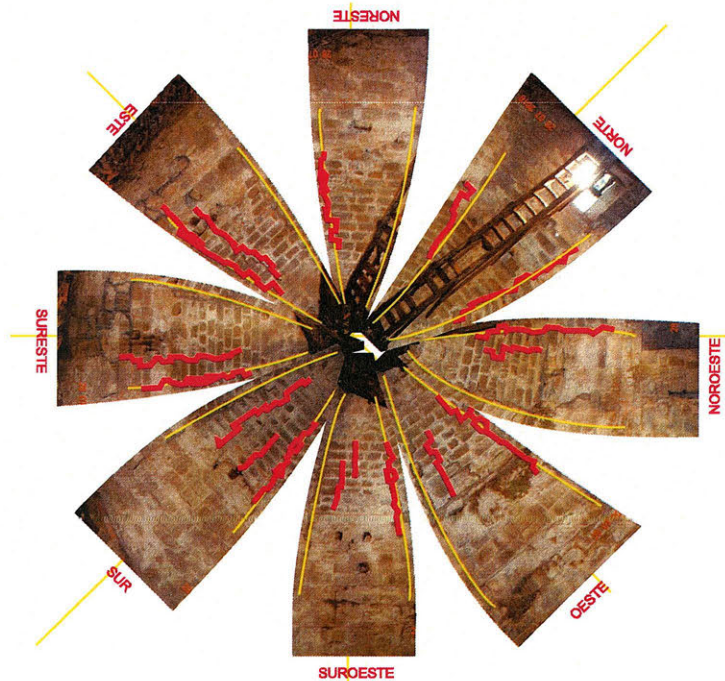


Figura 14
Esquema de agrietamientos en la cúpula (PECSA)

2.4.3 Análisis de estabilidad

El estudio de la estabilidad de una estructura que lleva varios siglos en pie es un ejercicio redundante. La prueba definitiva de su estabilidad la suministra su supervivencia a lo largo de los siglos. Sin duda el entorno ha sometido a la cúpula a un examen más severo que cualquier estudio moderno. No obstante, a continuación se realiza un análisis de estabilidad dentro del marco del Análisis Límite (véase apartado 2 más arriba).

El análisis se realizará, como en el cupulino, por el «método de los cortes». Se imagina la cúpula dividida por planos meridianos en ocho paños que funcionan como arcos de sección variable soportando su propio peso y el de la linterna. (Las cargas de vientos son un orden de magnitud menores que el peso total de la cúpula y se desprecian.) En este caso, la cúpula se encuentra realmente dividida en gajos, y el análisis da una idea bastante precisa de la seguridad de la cúpula.

Como se ha dicho antes, se trabaja con una geometría simplificada; las irregularidades e imperfecciones son «pequeñas» en relación con la forma global. Cada gajo presenta dos partes diferenciadas: la parte superior del paño es un casquete de espesor casi uniforme, que se ha tomado (a favor de seguridad) tras estudiar los escaneos como 0,40 m. La parte inferior de la cúpula se considera que forma parte del tambor de contrarresto. Los pesos y centros de gravedad del casquete superior se han obtenido con las fórmulas del Apéndice y se resumen en la siguiente Tabla 2.

	φ_1	φ_2	P_i	X_{gi}
Linterna	-	-	28,0	1,66
1	16	23	5,4	1,66
2	23	35	15,8	2,40
3	35	47	23,7	3,23
4	47	59	29,3	3,90
5	59	71	34,0	4,43
1-5	16	71	108,2	3,60
Total L-5	-	-	136,2	3,20
6	-	-	46,6	4,74
7	-	-	48,0	4,77
8	-	-	46,0	4,80
9	-	-	68,7	4,88
Total 6-9	-	-	209,3	4,81
TOTAL L-9	-	-	345,5	4,17

Tabla 2. Pesos y centros de gravedad de segmentos de la cúpula y tambor (cf. Fig. 15)

Con estos pesos se ha dibujado la línea de empujes de la Figura 15 que representa el estado de equilibrio correspondiente al empuje mínimo de la cúpula. En el casquete superior la línea se ha dibujado gráficamente; en la parte inferior se han calculado los centros de empuje en cada sección 6-9 analíticamente. Por debajo de la sección 9 hay unos gruesos contrafuertes que son la continuación de los contrafuertes del cimborrio gótico. Se ha supuesto que forman una base firme.

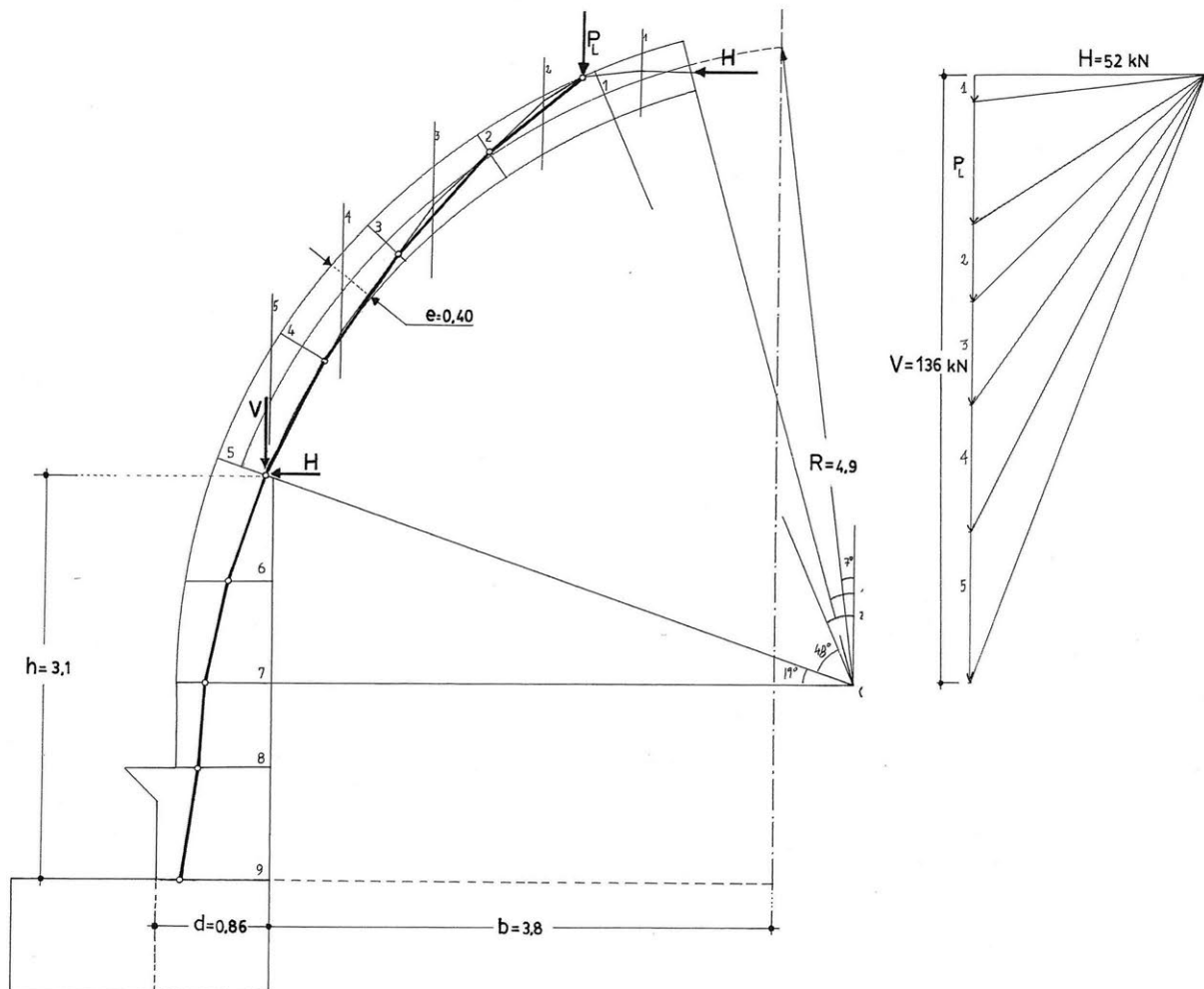


Figura 15
Línea/superficie de empujes en un gajo de la cúpula

En la parte superior la línea arranca del punto más exterior del apoyo de la linterna y se hace tangente al intradós, aproximadamente, en la sección 5. Ahí se forma una articulación (antes llama «junta de rotura») donde se concentra todo el empuje del casquete superior. De hecho, a efectos del análisis podemos sustituir toda la estructura por encima de la sección 5 por las dos componentes H y V del empuje en ese punto.

(Al decir «punto» no nos referimos a un punto matemático de área cero sino a una pequeña superficie en relación con las dimensiones generales de la cúpula en la que se desarrollan tensiones de compresión que no superan la tensión de rotura del granito. A modo de ejemplo, en este caso, considerando que todo el empuje $E = 146$ kN (resultado de

componer H y V) actúa lo largo de la línea de articulación, 3,8 m, y considerando una tensión admisible para el granito de 20 N/mm², la tira comprimida tendría un espesor de 2 mm!).

Evidentemente, las secciones más críticas son las 7, 8 y 9. Se han obtenido los siguientes coeficientes geométricos de seguridad (resultado de dividir la mitad del diámetro de la sección por la distancia del punto de aplicación de la resultante al centro de la sección):

Coeficiente geométrico de seguridad	
- sección 7	2,8
- sección 8	1,6
- sección 9	1,7

La sección más crítica es la 8 con un coeficiente geométrico de seguridad de 1,6.

Análisis

La determinación de los coeficientes de seguridad es un problema estadístico: son adecuados aquellos valores que han demostrado a lo largo del suficiente tiempo y en número suficiente de estructuras conducir a estados «suficientemente seguros», esto es, la estructura se ha encontrado «confortable» durante largo tiempo. Las reglas estructurales tradicionales recogen proporciones que han demostrado históricamente ser seguras y, a su vez, el tiempo demuestra su validez (Huerta 2004).

El tema de la seguridad de los estribos se ha estudiado con cierto detenimiento en Huerta (2010). Si usualmente un coeficiente de 2 se considera suficiente para un arco o bóveda, en el caso de estribos los coeficientes usados en la práctica son superiores a 3. En base a esto podría pensarse que un coeficiente de 1,6 no es suficiente.

Sin embargo, no es este el caso. Los coeficientes superiores a 3 en los estribos responden no a la seguridad del propio estribo sino a los daños que una ligera inclinación de un estribo esbelto podría ocasionar en las bóvedas superiores. Por otra parte, la inclinación de los estribos se debe principalmente a la consolidación no uniforme del terreno debajo de la cimentación. (Para la seguridad exclusivamente al vuelco, el caso de los muros de contención, Rankine (1858) en su manual cita coeficientes geométricos de seguridad de 1,33 (ingenieros ingleses) y 1,6 (ingenieros franceses).)

Si comparamos la relación entre la luz y el espesor del tambor en el cimborrio de Santiago llegamos a una relación de, aproximadamente, 1/9. Esta proporción concuerda con la regla de Fontana, que establece 1/10, y que fue deducida por Carlo Fontana estudiando las proporciones de cúpulas barrocas romanas. El coeficiente geométrico en San Pedro de Roma está entre 1,6-1,7. Las proporciones del cimborrio de Santiago coinciden con las de muchas cúpulas barrocas.

Por todo lo anterior, y dada la incuestionable supervivencia de la estructura agrietada durante tres siglos, considero que los valores obtenidos dan una seguridad geométrica suficiente al cimborrio.

3. Conclusiones. Medidas de intervención

ESTABILIDAD DEL CIMBORRIO

- La obra del cimborrio no es muy cuidada, quizá porque se construyó para ser visto desde la calle. Hay dos partes bien diferenciadas. Desde el óculo hasta poco más de un tercio de la altura total interior, la cáscara de la cúpula está hecha de piedras más pequeñas con escasa traba en las aristas, con un espesor de unos 40 cm, que se reduce a 30 ó 20 cm en algunos puntos; a partir de esta altura, aunque el exterior sigue curvado, el interior forma un prisma irregular de paredes verticales. Las piedras son ya sillares varias veces mayores que las de la parte superior.
- El cimborrio presenta las típicas grietas meridianas de las cúpulas de fábrica. Hay grietas de separación en las aristas y en los paños. Estas grietas no se continúan hasta la base del tambor, y parecen morir entre $1/2$ y $1/3$ de la altura total a partir de la base. Las grietas son antiguas y hay evidencia de haber sido tapadas varias veces a lo largo de la historia.
- La estabilidad del cimborrio ha quedado demostrada por su supervivencia durante más de tres siglos: el cimborrio agrietado ha demostrado ser estable. Las proporciones generales concuerdan con las de muchos cimborrios barrocos.
- Los cálculos de estabilidad no dan por coeficientes geométricos de seguridad que nos parecen bajos. Las grietas de las aristas, favorecidas por la mala traba de las piedras, independizan de hecho los ocho paños en la parte superior. El coeficiente geométrico de seguridad obtenido es de 1,6, por debajo del más estándar de 2 empleado, por ejemplo, en el peritaje de puentes de fábrica.
- No obstante, hay dos factores favorables en el caso del cimborrio: 1) el tambor es poco esbelto; 2) el cimborrio se asienta sobre una fábrica anterior, ya consolidada, y su apoyo se puede imaginar casi "rígido", a diferencia de los cimios de los puentes.

Posibles zunchos de refuerzo

- No creo que sea necesaria la colocación de zunchos externos permanentes.

LINTERNA

- Como en el caso de la cúpula la supervivencia de la linterna es prueba de su estabilidad: tiene una geometría correcta y los cálculos coinciden con esta evidencia.
- El pináculo, que ya no era original y presentaba graves daños, ha tenido que ser desmontado. Se debe montar siguiendo las pautas de la construcción del resto de

pináculos: piedras grandes con juntas de mayor y menor, mortero de cal y vástago central de hierro forjado (o acero dulce en su caso) anclado en su base a suficiente altura.

- El cupulino fue reconstruido al menos una vez. Presenta grapas, evidencia de una intervención de refuerzo posterior a la reconstrucción. Son las grapas, al oxidarse, las que han causado la fractura de algunas piedras. Para conocer el estado de las piedras y juzgar su estado es aconsejable desmontarlo. Sustituidas las piedras rotas el cupulino se puede volver a montar, sin las grapas.
- La cornisa de apoyo del cupulino muestra graves daños, principalmente debido a la oxidación de los elementos metálicos. Debe ser desmontado por completo para conocer su estructura interna. Un alto porcentaje de sus piedras aparecen con graves roturas desde el exterior y deberán ser sustituidas.
- Los pilares de apoyo están muy deteriorados. En algún momento sufrieron numerosas perforaciones que los ha roto y debilitado en muchos puntos. Quizá por eso se cegaron las ventanas, aunque sin documentación es imposible establecer una fecha ni siquiera aproximada.
- Con los pilares en buenas condiciones, se pueden abrir los huecos, manteniendo su forma original. De nuevo, es preciso desmontarlos. La operación de abrir las ventanas no afecta en absoluto la estabilidad del cimborrio.

Todo lo cual afirmo y rubrico a mi leal saber y entender, en Madrid a 8 de noviembre de 2016



Fdo. Santiago Huerta Fernández

5. Bibliografía

Heyman, Jacques. 1999. *El esqueleto de piedra. Mecánica de la arquitectura de fábrica*. Madrid: Instituto Juan de Herrera / CEHOPU.

Heyman, Jacques. 2011. *Teoría básica de estructuras*. Madrid: Instituto Juan de Herrera.

Heyman, Jacques. 2015. *Teoría, historia y restauración de estructuras de fábrica. Colección de ensayos (1966-2014)*. Editado por S. Huerta. 2 Vols. Madrid: Instituto Juan de Herrera.

Huerta, Santiago. 2004. *Arcos, bóvedas y cúpulas. Geometría y equilibrio en el cálculo tradicional de estructuras de fábrica*. Madrid: Instituto Juan de Herrera.

Huerta, Santiago. 2010. The safety of masonry buttresses. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers, Engineering history and Heritage*, Vol. 163, 2010. pp. 3-24.

6. Apéndice. Cáscara apuntada. Áreas y centros de gravedad

Para los cálculos de los pesos y centros de gravedad de la cúpula del cimborrio y del cupulino de la linterna resultan útiles algunas fórmulas que se pueden deducir con facilidad. Supondremos que el volumen viene definido por una superficie media y un espesor, supuesto constante, perpendicular a dicha superficie.

Para una cáscara de base poligonal (regular) y paños cilíndricos, la superficie media se origina por la intersección de una serie de cilindros. En nuestro caso los cilindros son apuntados. Como puede verse en el diagrama de la Figura A su forma queda definida fijando el radio R y lo que podríamos llamar «ángulo de apuntamiento» φ_0 . La altura de la cáscara vale $R \cos \varphi_0$ y la luz en su base $2 R \sin(\pi/2 - \varphi_0)$.

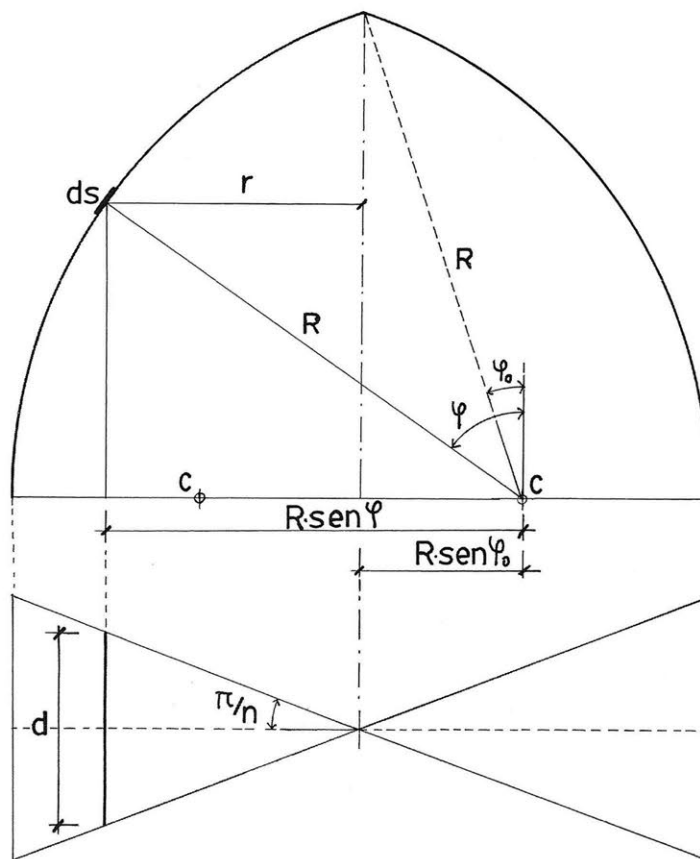


Figura A. Geometría de una cáscara poligonal apuntada

De la figura se deduce inmediatamente:

$$ds = R d\varphi$$

$$dA = d ds$$

$$d = 2 R (\sin \varphi - \sin \varphi_0) \tan(\pi/n),$$

donde n es el número de lados del polígono de la base

El área de un segmento de cilindro comprendido entre dos ángulos φ_1 y φ_2 ($\varphi_1 < \varphi_2$) vale:

$$A_{1,2} = 2 R^2 \tan(\pi/n) [(\cos \varphi_1 - \cos \varphi_2) - \operatorname{sen} \varphi_0 (\varphi_2 - \varphi_1)]$$

y su centro de gravedad respecto al eje O-O':

$$x_{g1,2} = R (N / D)$$

donde:

$$N = (1/2) (\varphi_2 - \varphi_1) - (1/4) (\operatorname{sen} 2\varphi_2 - \operatorname{sen} 2\varphi_1) + \operatorname{sen} \varphi_0 (\cos \varphi_2 - \cos \varphi_1)$$

$$D = (\cos \varphi_1 - \cos \varphi_2) - \operatorname{sen} \varphi_0 (\varphi_2 - \varphi_1)$$

Estas expresiones sólo son precisas para cúpulas poligonales de «pequeño» espesor (por ejemplo $R/e > 20$). Para las cúpulas que nos ocupan la precisión está por encima de su propia irregularidad, por lo que resultan adecuadas.

7. Láminas





2



3



4



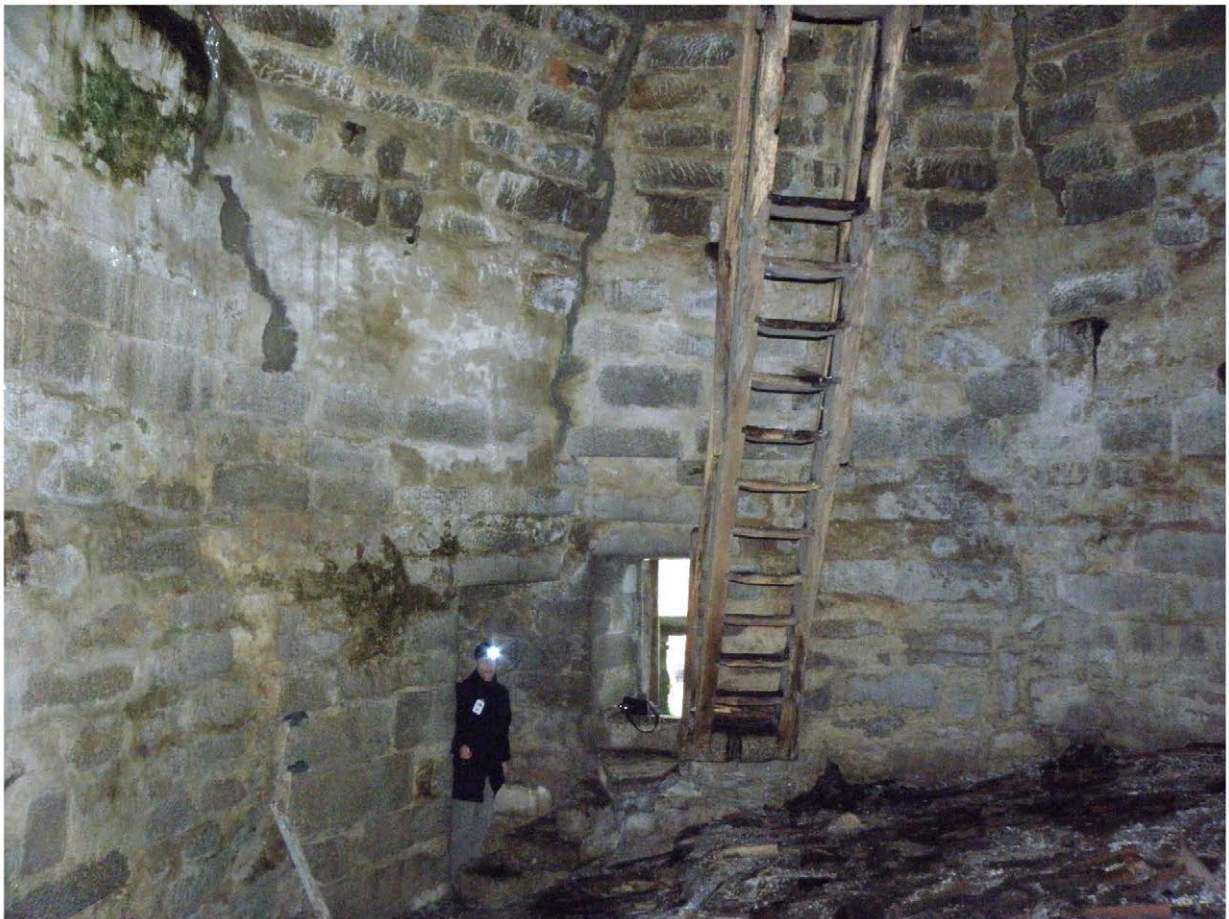
5



6



7



8



9



10



11



12



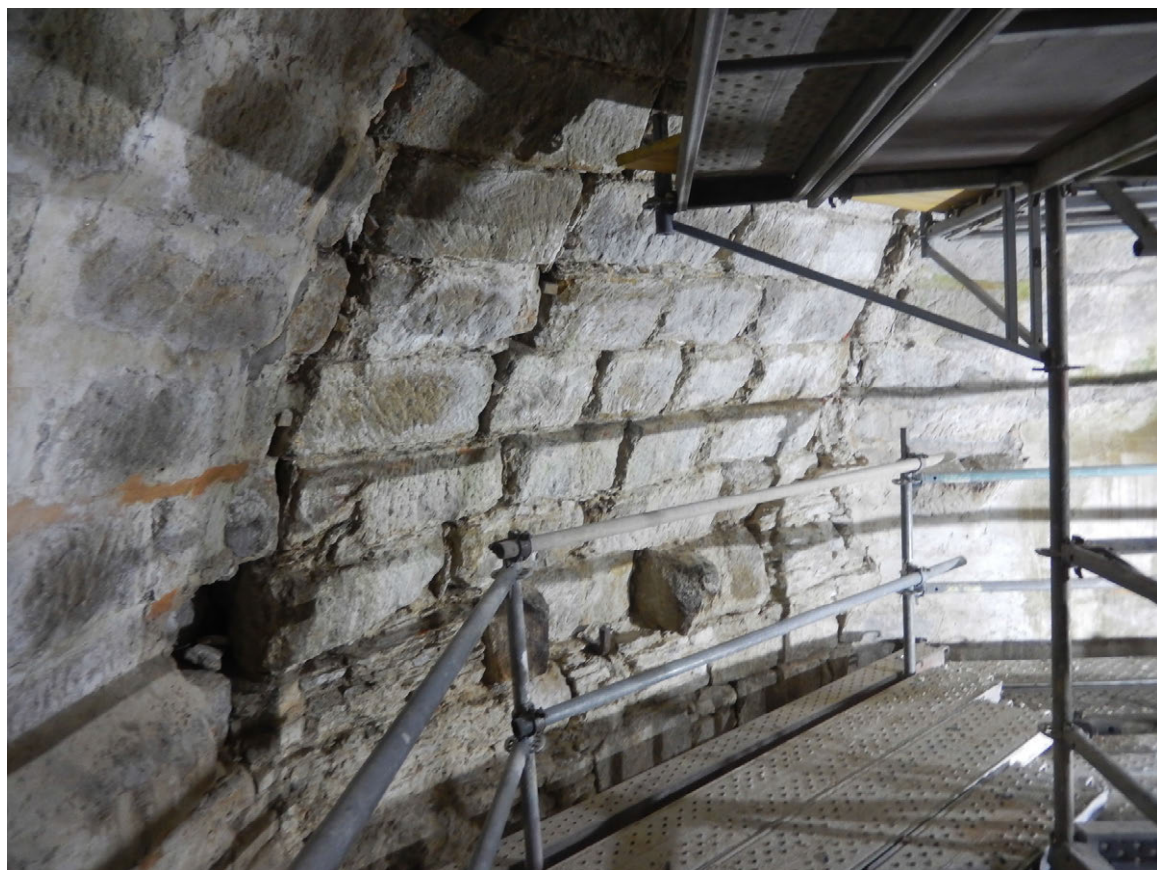
13



14



15



16



17



18



19



20



21



22



23



24